

MATEMATICĂ M2

Ghid pentru pregătirea examenului de Bacalaureat

- **Itemi de antrenament**
- **70 de teste**
- **Modele de subiecte din
sesiunile 2014-2016**

PROGRAMA DE EXAMEN MATEMATICĂ – BACALAUREAT

PROGRAMA *M_șt-nat*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

CLASA a IX-a – 4 ore / săptăm. (TC+CD)

Mulțimi și elemente de logică matematică

- Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale;
- Propoziție, predicat, cuantificatori;
- Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd;
- Inducția matematică.

Șiruri

- Modalități de a defini un șir; șiruri mărginite, șiruri monotone;
- Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii;
- Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$.

Funcții; lecturi grafice

- Reper cartezian, produs cartezian, reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, cu $m \in \mathbb{R}$.
- Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea unei mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții;
- Funcții numerice ($F = \{f: D \rightarrow \mathbb{R}, D \subseteq \mathbb{R}\}$); reprezentarea geometrică a graficului: intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor ecuații și inecuații de forma $f(x) = g(x)$ ($\leq, <, >, \geq$); proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginirea, monotonie; alte proprietăți: paritate, imparitate, simetria graficului față de drepte de forma $x = m$, $m \in \mathbb{R}$, periodicitate;
- Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice.

Funcția de gradul I

- Definiție;
- Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$;
- Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ (sau prin studierea semnelor raportului $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 \neq x_2$);
- Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<, >, \geq$), studiate pe \mathbb{R} sau pe intervale de numere reale;
- Poziția relativă a două drepte; sisteme de ecuații de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, $a, b, c, m, n, p \in \mathbb{R}$.
- Sisteme de inecuații de gradul I.

Funcția de gradul al II-lea

- Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$.
- Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, $s, p \in \mathbb{R}$.

BREVIAR TEORETIC

CLASA a IX-a

ALGEBRĂ

I. Numere reale

- **Mulțimi finite. Reguli de numărare**

- O mulțime este **finită** dacă are n elemente, $n \in \mathbb{N}$.

- O mulțime este infinită dacă nu este finită.

- O mulțime $A \subset \mathbb{R}$ se numește **mărginită** dacă $\exists m, M \in \mathbb{R}$ astfel încât $m \leq x \leq M, \forall x \in A$.

Regula sumei: Dacă un anumit obiect A poate fi ales în m moduri, iar un alt obiect B poate fi ales în n moduri, atunci alegerea „lui A sau B” poate fi realizată în $(m + n)$ moduri.

Regula produsului: Dacă un obiect A se poate alege în m moduri și dacă după fiecare astfel de alegere, un obiect B se poate alege în n moduri, atunci alegerea perechii (A, B) în această ordine, poate fi realizată în $m \cdot n$ moduri.

- **Modulul unui număr real:** $|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

a) $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

b) $|-x| = |x|, \forall x \in \mathbb{R}$

c) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

d) $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, \forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}^*$

e) $||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|, \forall x, y \in \mathbb{R}$

f) $|x| = a, a > 0 \Leftrightarrow x = \pm a$

g) $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a \Leftrightarrow x \in [-a, a], a > 0$

h) $|x| \geq a \Leftrightarrow x \leq -a \text{ sau } x \geq a \Leftrightarrow x \in (-\infty, -a] \cup [a, +\infty), a > 0$

- **Partea întreagă și partea fracționară**

- Se numește **partea întreagă** a numărului real x , notată $[x]$, cel mai mare întreg mai mic sau egal cu x . Deci $[x] \in \mathbb{Z}$ și $[x] \leq x < [x] + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

- Se numește **partea fracționară** a numărului real x , notată cu $\{x\}$, diferența dintre x și partea lui întreagă. Deci $\{x\} \in [0, 1)$ și $\{x\} = x - [x], \forall x \in \mathbb{R}$.

Proprietăți:

a) $x \in [k, k + 1); k \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x] = k;$

b) $[x] = x \Leftrightarrow x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \{x\} = 0;$

Cuprins

PROGRAMA DE EXAMEN MATEMATICĂ – BACALAUREAT	3
BREVIAR TEORETIC	11
CLASA A IX-A	
ALGEBRĂ	11
I. Numere reale	11
II. Progresii aritmetice și geometrice	12
III. Funcții	13
GEOMETRIE ȘI TRIGONOMETRIE	15
I. Vectori în plan	15
II. Geometrie analitică în plan	16
III. Trigonometrie	16
CLASA A X-A	
I. Puteri cu exponent natural. Puteri cu exponent întreg negativ. Puteri cu exponent rațional. Puteri cu exponent real	18
II. Radicalul de ordin n	18
III. Logaritmi	19
IV. Forma algebrică a unui număr complex. Numere complexe conjugate. Modulul unui număr complex	20
V. Funcții injective. Funcții surjective. Funcții bijective. Funcții inversabile. Funcția putere cu exponent natural. Funcția radical de ordinul n . Funcția exponențială. Funcția logaritmică. Funcția sinus. Funcția arcsinus. Funcția cosinus. Funcția arccosinus. Funcția tangentă. Funcția arc tangentă. Funcția cotangentă. Funcția arccotangentă	21
VI. Ecuații trigonometrice	27
VII. Permutări. Aranjamente. Combinări. Binomul lui Newton	28
CLASA A XI-A	
I. Matrice	30
II. Determinanți	31
III. Sisteme de ecuații liniare	33
IV. Limite de funcții	35
V. Funcții continue	39
VI. Funcții derivabile. Aplicații ale derivatelor în studiul ecuațiilor și funcțiilor. Reprezentarea grafică a funcțiilor	41
CLASA A XII-A	
ALGEBRĂ	49
I. Legi de compoziție	49
II. Structuri algebrice	49
III. Polinoame	51
ANALIZĂ MATEMATICĂ	53
I. Formula de integrare prin părți	53
II. Teorema de schimbare de variabilă	53
III. Integrarea funcțiilor raționale	54
IV. Integrale definite	55

ITEMI DE ANTRENAMENT	57
Numere reale	57
Progresii	59
Funcții	61
Vectori în plan. Geometrie analitică în plan.....	65
Trigonometrie	67
Mulțimea numerelor complexe	69
Funcții și ecuații	70
Elemente de combinatorică	72
Matematici financiare	75
Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare.....	76
Funcții continue și funcții derivabile.....	80
Grupuri. Inele și corpuri. Inele de polinoame	85
Primitive. Integrale definite	92
TESTE RECAPITULATIVE	94